

Θέμα 1^ο

A1. Να αποδείξετε ότι $(x^2)' = 2x$

(Μονάδες 6)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις ως **Σωστές ή Λανθασμένες**

(α) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

(β) Έστω μια παραγωγίσιμη συνάρτηση f στο σημείο x_0 . Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(x_0, f(x_0))$ είναι $f(x_0)$.

(γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$.

(δ) Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους, οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους όσο και το πλάτος c κάθε κλάσης.

(ε) Οι αθροιστικές συχνότητες N_i εκφράζουν το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

(Μονάδες 10)

A3 . Πότε μια συνάρτηση f θα λέμε ότι είναι συνεχής στο σημείο x_0 το πεδίο ορισμού της ;

(Μονάδες 6)

A4 . Να συμπληρωθούν οι ισότητες .

(α) $(x^3)' = \dots\dots\dots$

(β) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \eta\mu x = \dots\dots\dots$

(γ) Αν $f_3 = 0,3$, $v = 50$ τότε $v_3 = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3)

Θέμα 2°

Ρωτήθηκαν 40 οικογένειες πόσα χρήματα σε € ξοδεύουν ημερησίως τα παιδιά τους. Οι απαντήσεις που δόθηκαν φαίνονται στον παρακάτω ελλειπή πίνακα

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
1						
2			15			
3	8			26		
4						
Σύνολο	40			–	–	–

2Α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

(Μονάδες 10)

2Β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων επί % και το αντίστοιχο πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων επί τις %.

(Μονάδες 9)

2Γ) Να βρεθεί το ποσοστό των οικογενειών που τα παιδιά τους ξοδεύουν τουλάχιστον 2€.

(Μονάδες 3)

2Δ) Να βρεθούν πόσες οικογένειες έχουν έξοδα από τα παιδιά τους το πολύ 3 € .

(Μονάδες 3)

Θέμα 3°

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+10}-4}{-x+3}, & x \neq 3 \\ \lambda^2 - 3\lambda - \frac{34}{8}, & x = 3 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

3Α) Να υπολογιστεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

(Μονάδες 6)

3B) Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου λ , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=3$.

(Μονάδες 4)

3Γ) Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{-2\lambda x + \lambda}{x-2}$, $x \neq 2$

(α) Για την μικρότερη τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα 2, να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $g(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

(Μονάδες 5)

(β) Για την μεγαλύτερη τιμή της παραμέτρου λ που βρήκατε στο ερώτημα 2, να βρεθεί η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $g(x)$ στο σημείο με τετμημένη $x_0=-1$.

(Μονάδες 10)

Θέμα 4^ο

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$.

4A) Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και να βρείτε τις θέσεις των τοπικών ακρότατων, καθώς το είδος και την τιμή του κάθε ακρότατου.

(Μονάδες 10)

4B) Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = f'(x) + 2x + 3$.

(α) Να βρεθεί η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $g(x)$, η οποία είναι παράλληλη με τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 6)

(β) Να μελετηθεί η $g(x)$ ως προς τα ακρότατα και να αποδείξετε ότι $g(x) \geq 2$.

(Μονάδες 4)

(γ) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - 5}{f(x) - 2}$.

(Μονάδες 5)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΠΕΡΔΙΚΟΥΡΗΣ ΘΕΜΙΣΤΟΚΛΗΣ

3A) $-\frac{1}{4}$

B) $\lambda=4$ ή $\lambda=-1$

Γ) β) $y=\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}$

4A) $x_1=-\frac{1}{3}$, $x_2=1$

B) $M(0,2)$ $y=2$

Γ) $-\frac{3}{2}$

ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΡΙΟ